17·249 Äquivalente Eisen- und Manganoxydul,
1·806 „ Phosphorsäure,
18·744 „ Wasser,

wonach noch ungefähr 9 Äquivalente Eisen- und Manganoxydul auf 1 Äquivalent Phosphorsäure kommen, während die Formel des Vivianits $3(FeO.\,HO)+5\,HO.\,P_2\,O_5$ nur 3 Äquivalente dieser Basen erfordert. Diese Verschiedenheit in den Mengen der wesentlichen Bestandtheile berechtigt zu der Folgerung, dass beide Minerale in der That verschieden sind, da die beigemengten Minerale nicht der Art sind, um eine so grosse unwesentliche Beimengung zu folgern, welche nur von dem Pyrrhotin hätte herrühren können. Eine so grosse Quantität desselben aber wäre nicht übersehen worden, wenn man auch annehmen darf, dass die Schwefelsäure von Pyrrhotin herrührte, welcher in jeder von mir untersuchten Probe gefunden wurde, selbst wenn man ihn auch nicht von aussen sah.

Bestimmung der Bahn des ersten Kometen vom Jahre 1847, nebst Bemerkungen über den Übergang von der Parabel zur Ellipse oder Hyperbel.

Von **Karl Hornstein**,
Adjunct der k. k. Sternwarte in Wien.

(Vorgelegt von dem w. M., Herrn Director v. Littrow.)

Der erste Komet des Jahres 1847 wurde am 6. Februar dieses Jahres von Hind in London im Sternbilde des Cepheus aufgefunden. Obwohl bei seiner Entdeckung sehr schwach und nur durch starke Fernröhre sichtbar, bot er doch in den nächsten Wochen eine sehr glänzende Erscheinung, und konnte am Tage des Durchganges durch seine Sonnennähe, am 30. März, selbst Mittags in einer Entfernung von nur wenigen Graden von der Sonne gut beobachtet werden. Im Februar war keine Spur von Schweif bemerkbar; am 5. März schätzte Schmidt in Bonn die Länge des Schweifes schon auf 12 Minuten und diese wuchs in den folgenden Tagen bis $4^1/_2$ Grade, und wohl noch weiter, denn in der günstigsten Zeit, wo die Schweifbildung ihr Maximum erreichte, nämlich in der Nähe des Perihels, war eine Beobachtung der Schweiflänge unmöglich, indem der Untergang des Kometen noch während der Abenddämmerung, und ebenso der Aufgang desselben erst in der hellen Morgendämmerung erfolgte.

Schmidt beobachtete am 19. Februar eine sehr nahe Conjunction des Kometen mit einem Sterne 9. bis 10. Grösse. Eine Stunde vor der Beobachtung verglich er die Helligkeit dieses Sternes mit der eines benachbarten schwächeren, fand aber zur Zeit der Conjunction nicht die geringste Schwächung des Sternlichtes. Die Bedeckung war so nahe central, dass er nicht unterscheiden konnte, an welcher Seite der hellste Punkt des Kometen am Sterne vorüberging. Wahrnehmungen ähnlicher Art, dass Fixsterne durch Bedeckung von Kometen keine Lichtschwächung erleiden, sind bekanntlich schon öfter gemacht worden, und dieser Umstand so wie das Nichtstattfinden einer Lichtbrechung bei derlei Bedeckungen, scheint der Voraussetzung günstig zu sein, dass die Kometen nicht continuirliche Massen bilden, sondern vielmehr Systeme von kleinen, unter sich vielleicht sehr weit abstehenden Körpern sind, wo denn von einer Brechung des Lichtes und dgl. nicht die Rede sein kann. Die in letzterer Zeit wieder so häufig bemerkte Erscheinung, dass die Kerne vieler Kometen aus zahlreichen, isolirten, leuchtenden Punkten bestehen, scheint gleichfalls damit im Einklange zu sein. Endlich dürfte auch eine sehr merkwürdige Wahrnehmung, die gerade an unserem vorliegenden Kometen gemacht wurde, nicht ganz ausser Acht zu lassen sein. Hind erwähnt ausdrücklich, dass bei den am 30. März Mittags gemachten Beobachtungen „der Kern des Kometen rund und scharf begrenzt" war, während er doch bei dieser besonderen Stellung gegen Sonne und Erde deutliche Phasen hätte zeigen müssen, wenn er aus einer zusammenhängenden Masse bestünde, die ihr Licht von der Sonne erhält. Bei einem Aggregate von isolirten Massen dagegen kann offenbar eine Phase des ganzen Kometenkernes nicht Statt haben.

Genäherter Bahnbestimmungen dieses Kometen haben wir eine grosse Anzahl; indessen sind die meisten, zu Folge der kurzen Zwischenzeit zwischen den zu Grunde liegenden Beobachtungen keiner besonderen Genauigkeit fähig; die wenigen anderen, die einen grösseren Bogen der Bahn umfassen, sind meistens nur auf 3 einzelne Beobachtungen gegründet und lassen aus dieser Ursache sicher noch Manches zu wünschen übrig. Wenn gleich keine besonders kurze Umlaufszeit zu erwarten war, so ist es doch jedenfalls interessant, die Gesammtheit der Beobachtungen zu benützen, um eine diesen sich möglichst gut anschliessende Bahn und dadurch zugleich einen

besseren Werth für die ohnedies so schwer zu bestimmende Umlaufszeit zu erhalten.

Ich habe im Ganzen 145 Beobachtungen des Kometen gesammelt, die theils in den astronomischen Nachrichten, theils in den Comptes rendus der Pariser Akademie der Wissenschaften mitgetheilt sind, und alle, mit Ausschluss von nur wenigen, die ganz entschiedene Abweichungen zeigen, zur Bahnbestimmung verwendet. Sie umfassen die Zeit vom 6. Februar, dem Tage der Entdeckung, bis 24. April, wo in Berlin (und in Markree) die letzten Beobachtungen gemacht wurden. Leider ist mir die Beobachtung in Markree vom 24. April entgangen; indessen hätte dieselbe, wenn sie noch mit benützt worden wäre, das Resultat so gut wie gar nicht modificirt. Unter den genäherten Bahnen habe ich als Grundlage zur folgenden Rechnung die von mir im XXVI. Bande der astronomischen Nachrichten, Seite 102, mitgetheilte parabolische Bahn ausgewählt, die schon aus 4 Normalörtern abgeleitet ist, nämlich:

Perihelzeit: 1847, März. 30·31608 mittl. Berl. Zeit.		
Länge des Perihels	276° 2′ 20″3	mittleres Äquin.
Länge des Knotens	21 39 56·0	1847·0.
Neigung	48 39 59·9	
Log. d. Periheldistanz	8·6279502	
Helioc. Bewegung	direct.	

Nach diesen Elementen wurde die folgende Ephemeride für die ganze Dauer der Sichtbarkeit des Kometen berechnet.

Ephemeride des Kometen.

1847.	Scheinbare Rectascension	Scheinbare Declination	Log. der Entfernung v. d. Erde	Log. der Hor. Par.	Aberr. Zeit.
Febr. 6.	316°22′ 5″1	+71°39′43″3	0·06905	0·864	9m 38s
„ 7.	318 33 47·8	+71 7 11·8	0·06506	0·868	33
„ 8.	320 40 31·2	+70 33 12·2	0·06105	0·872	28
„ 9.	322 42 23·9	+69 57 47·3	0·05710	0·876	22
„ 10.	324 39 35·4	+69 21 0·0	0·05314	0·880	17
„ 11.	326 32 15·7	+68 42 52·6	0·04924	0·884	12
„ 12.	328 20 35·2	+68 3 27·4	0·04533	0·888	7
„ 13.	330 4 45·1	+67 22 46·3	0·04147	0·892	9 3
„ 14.	331 44 55·9	+66 40 51·1	0·03761	0·895	8 58
„ 15.	333 21 19·0	+65 57 43·3	0·03379	0·899	53
„ 16.	334 54 5·5	+65 13 24·2	0·02997	0·903	48
„ 17.	336 23 25·7	+64 27 54·7	0·02620	0·907	44
„ 18.	337 49 29·1	+63 41 15·5	0·02242	0·911	39
„ 19.	339 12 25·5	+62 53 26·9	0·01868	0·914	35

1847.	Scheinbare Rectascension	Scheinbare Declination	Log. der Entfernung v. d. Erde	Log. der Hor. Par.	Aberr. Zeit.
Febr. 20.	340° 32′ 24″·6	+62° 4′ 29″·1	0·01494	0·918	8ᵐ 30ˢ
„ 21.	341 49 35·0	+61 14 21·9	0·01124	0·922	26
„ 22.	343 4 4·7	+60 23 4·7	0·00754	0·925	22
„ 23.	344 16 1·6	+59 30 36·7	0·00388	0·929	18
„ 24.	345 25 32·9	+58 36 56·9	0·00021	0·933	13
„ 25.	346 32 45·5	+57 42 3·9	9·99659	0·937	9
„ 26.	347 37 45·8	+56 45 55·7	9·99295	0·940	5
„ 27.	348 40 39·8	+55 48 30·4	9·98937	0·944	8 1
„ 28.	349 41 33·0	+54 49 45·4	9·98577	0·947	7 57
März 1.	350 40 30·5	+53 49 38·0	9·98223	0·950	53
„ 2.	351 37 37·0	+52 48 4·9	9·97867	0·954	50
„ 3.	352 32 56·8	+51 45 2·4	9·97517	0·958	46
„ 4.	353 26 33·5	+50 40 26·6	9·97166	0·961	42
„ 5.	354 18 30·7	+49 34 12·6	9·96822	0·965	38
„ 6.	355 8 51·6	+48 26 15·1	9·96472	0·968	35
„ 7.	355 57 38·8	+47 16 28·2	9·96138	0·972	31
„ 8.	356 44 54·9	+46 4 46·0	9·95800	0·975	28
„ 9.	357 30 41·7	+44 51 0·9	9·95475	0·979	24
„ 10.	358 15 0·4	+43 35 4·8	9·95143	0·982	21
„ 11.	358 57 52·3	+42 16 48·6	9·94842	0·985	18
„ 12.	359 39 18·1	+40 56 2·7	9·94512	0·988	15
„ 13.	0 19 18·2	+39 32 35·6	9·94220	0·991	12
„ 14.	0 57 52·4	+38 6 14·8	9·93916	0·994	9
„ 15.	1 34 59·9	+36 36 46·3	9·93632	0·997	6
„ 16.	2 10 39·9	+35 3 54·4	9·93370	0·999	3
„ 17.	2 44 50·2	+33 27 21·1	9·93123	1·002	7 1
„ 18.	3 17 28·3	+31 46 45·9	9·92897	1·004	6 59
„ 19.	3 48 30·8	+30 1 45·4	9·92697	1·006	57
„ 20.	4 17 53·8	+28 11 52·9	9·92530	1·008	55
„ 21.	4 45 32·0	+26 16 36·6	9·92401	1·009	54
„ 22.	5 11 18·6	+24 15 18·9	9·92320	1·010	53
„ 23.	5 35 5·6	+22 7 14·3	9·92301	1·010	53
„ 24.	5 56 42·6	+19 51 26·4	9·92359	1·009	54
„ 25.	6 15 57·0	+17 26 42·3	9·92518	1·008	55
„ 26.	6 32 33·4	+14 51 25·0	9·92814	1·005	6 58
April 22.	34 31 7·0	+30 40 48·5	0·23646	0·697	14 10
„ 23.	35 19 54·5	+31 18 57·4	0·24264	0·690	22
„ 24.	36 7 56·8	+31 55 38·6	0·24870	0·684	34
„ 25.	36 55 15·3	+32 30 57·6	0·25463	0·678	46
„ 26.	37 41 53·0	+33 4 59·2	0·26043	0·673	58

Mit dieser Ephemeride wurden nun die sämmtlichen Beobachtungen verglichen, natürlich mit gehöriger Rücksicht auf Aberration und Parallaxe, wodurch ich die folgenden Abweichungen von den Beobachtungen erhielt. Die erste Columne enthält die fortlaufende Numer, die vierte und fünfte die Unterschiede $d\alpha$ und $d\delta$ zwischen der Beobachtung und der Ephemeride in Rectascension und Declination, beide in dem Sinne „Beobachtung — Rechnung“ genommen, und erstere, nämlich $d\alpha$ noch mit $\cos\delta$ multiplicirt.

Nr.	1847.	Beobachtungsort.	Beob.—Rechnung.	
			$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
1	Febr. 6.	London	— 1″1	+ 6″3
2	„ 6.	„	+ 8·9	. . .
3	„ 6.	„	—21·9	. . .
4	„ 6.	„	—14·6	+ 14·3
5	„ 6.	„	—10·4	+ 14·8
6	„ 7.	„	— 9·9	+ 11·3
7	„ 8.	„	+47·5	+ 18·9
8	„ 9.	„	+11·9	— 22·7
9	„ 10.	Greenwich	—30·0	. . .
10	„ 10.	„	. . .	+ 4·3
11	„ 10.	London	— 1·2	+ 8·5
12	„ 10.	Markree	—57·9	+103·8
13	„ 11.	London	+13·3	+ 15·1
14	„ 15.	„	+16·4	+ 1·5
15	„ 15.	„	+ 3·1	+ 1·9
16	„ 15.	„	— 4·0	— 28·2
17	„ 15.	Markree	—52·4	+ 88·2
18	„ 16.	London	+22·4	+ 1·7
19	„ 19.	Bonn	+22·7	+ 0·2
20	„ 19.	London	+13·2	+ 1·2
21	„ 19.	Paris	+12·6	+ 10·9
22	„ 20.	Bonn	+ 8·1	+ 2·5
23	„ 21.	„	+18·9	+ 9·4
24	„ 21.	Hamburg	+ 1·8	+ 7·1
25	„ 22.	Berlin	+16·2	+ 20·5
26	„ 22.	Hamburg	+22·9	+ 28 4
27	„ 22.	„	+19·7	— 0·2
28	„ 23.	Bonn	+30·5	+ 0·7
29	„ 23.	„	+13·8	+ 8·9
30	„ 23.	Hamburg	+20·2	— 3·1
31	„ 23.	Kremsmünster	+ 1·5	— 2·6
32	„ 23.	„	—24·9	+ 5·1
33	„ 23.	London	+10·9	— 1·4
34	„ 23.	„	+14·5	+ 8·1
35	„ 23.	Wien	— 8·5	— 22·5
36	„ 24.	Bonn	+23·9	— 6·6
37	„ 24.	Hamburg	+ 6·7	+ 20·0
38	„ 24.	„	+ 6·6	+ 22·9
39	„ 24.	„	+12·7	+ 5·9
40	„ 24.	London	+29·2	— 2·4
41	„ 24.	Paris	— 6·5	— 7·3
42	„ 25.	Hamburg	+20·1	+ 4·0
43	„ 25.	Kremsmünster	+ 8·0	+ 14·8
44	„ 26.	London	+14·6	+ 3·6
45	„ 27.	Berlin	+11·9	+ 0·5
46	„ 27.	London	+ 8·3	+ 6·5
47	„ 28.	Bonn	+21·6	— 5·9
48	„ 28.	„	+16·8	— 1·1
49	„ 28.	Kremsmünster	— 0·2	— 20·8
50	„ 28.	Wien	+13·7	+ 6·3
51	März 1.	Bonn	+23·2	+ 2·6
52	„ 1.	Hamburg	+22·8	+ 6·0

Nr.	1847.	Beobachtungsort.	Beob.-Rechnung.	
			$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
53	März 2.	Hamburg	+13ˢ·9	—15ˢ·9
54	„ 2.	Kremsmünster	— 8·6	+ 9·1
55	„ 2.	Wien	+11·5	+ 5·1
56	„ 3.	Hamburg	+13·8	+ 1·2
57	„ 3.	Königsberg	+13·9	+ 2·8
58	„ 3.	London	+ 9·1	+ 2·3
59	„ 4.	Cambridge (Mass.)	+13·1	+20·7
60	„ 4.	Hamburg	+ 6·9	+21·6
61	„ 4.	Kremsmünster	+ 6·5	+12·8
62	„ 4.	Wien	+16·8	. . .
63	„ 4.	„	. . .	+ 6·7
64	„ 5.	Bonn	+11·0	+11·2
65	„ 5.	Cambridge (Mass.)	+ 5·0	+ 8·1
66	„ 5.	Hamburg	+10·5	+10·5
67	„ 5.	Königsberg	+10·6	+ 7·1
68	„ 5.	Kremsmünster	+ 7·3	+23·8
69	„ 6.	Cambridge (Mass.)	—11·0	+ 7·4
70	„ 6.	Königsberg	— 8·2	+ 2·7
71	„ 6.	Paris	+10·1	+ 5·2
72	„ 8.	Bonn	+13·6	— 1·1
73	„ 8.	Cambridge	+ 3·2	— 0·8
74	„ 8.	Königsberg	+ 2·1	— 0·7
75	„ 9.	Bonn	+ 9·9	+ 0·8
76	„ 9.	Hamburg	+ 2·4	+ 4·5
77	„ 9.	London	+ 5·9	+ 1·2
78	„ 10.	Bonn	+ 8·8	— 1·7
79	„ 10.	„	+ 8·5	— 2·6
80	„ 10.	Cambridge (Mass.)	— 6·2	+ 4·6
81	„ 10.	Hamburg	+ 3·2	— 2·6
82	„ 10.	Kremsmünster	— 0·9	+ 4·9
83	„ 10.	Wien	+13·7	+ 7·3
84	„ 11.	Bonn	+ 4·0	— 0·3
85	„ 11.	Cambridge (Mass.)	— 0·1	— 1·7
86	„ 11.	Greenwich	+ 2·2	. . .
87	„ 11.	„	. . .	+ 1·6
88	„ 11.	Hamburg	+ 4·9	+ 3·9
89	„ 11.	Wien	+ 3·3	+14·0
90	„ 12.	Cambridge (Mass.)	+ 1·8	+10·7
91	„ 12.	Kremsmünster	+11·7	+ 5·2
92	„ 12.	Wien	+13·1	+33·4
93	„ 13.	„	. . .	+ 3·3
94	„ 13.	„	+ 1·6	. . .
95	„ 14.	Hamburg	+ 3·4	—11·6
96	„ 14.	Kremsmünster	+ 1·9	+ 9·9
97	„ 14.	London	+ 0·2	+ 0·2
98	„ 14.	Paris	+ 1·9	+ 6·4
99	„ 15.	Bonn	+ 4·8	+ 7·6
100	„ 15.	Cambridge (Mass.)	— 2·3	— 7·0
101	„ 15.	Hamburg	— 0·8	— 1·0
102	„ 15.	Kremsmünster	— 4·8	— 0·2
103	„ 15.	London	+ 2·3	— 0·7
104	„ 15.	Padua	— 6·8	+20·0

Nr.	1847.	Beobachtungsort.	Beob.-Rechnung.	
			$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
105	März 15.	Wien	+ 3″7	+ 1″0
106	„ 15.	„	+11·7	+ 1·3
107	„ 16.	Berlin	— 0·7	+ 0·4
108	„ 16.	Bonn	— 0·8	— 5·4
109	„ 16.	Hamburg	+ 0·7	— 0·4
110	„ 16.	Königsberg	— 2·5	— 29·1
111	„ 16.	Kremsmünster	+18·3	+ 9 6
112	„ 16.	London	—17·8	. . .
113	„ 16.	„	. . .	+ 4·5
114	„ 16.	Padua	—16·7	— 8·1
115	„ 16.	Wien	— 5·4	+ 0·5
116	„ 17.	Berlin	— 2·1	+ 2·2
117	„ 17.	Bonn	+ 1·2	— 11·8
118	„ 17.	Hamburg	— 2·0	— 0·9
119	„ 17.	Königsberg	— 1·2	— 2·7
120	„ 17.	Kremsmünster	— 4·1	— 1·5
121	„ 17.	Padua	—46·4	—205·6
122	„ 17.	Wien	+12·0	— 2·1
123	„ 18.	Berlin	+ 5 0	+ 2·3
124	„ 18.	Bonn	— 9·8	— 14·0
125	„ 18.	Hamburg	+10·6	— 7·1
126	„ 18.	Königsberg	— 5·3	0·0
127	„ 18.	Kremsmünster	— 7·4	+ 7·8
128	„ 18.	Padua	—18·3	— 13·4
129	„ 18.	Wien	— 8·6	— 5·4
130	„ 19.	Berlin	— 6·4	— 3·5
131	„ 19.	Cambridge (Mass.)	— 8·0	+ 3·7
132	„ 19.	Hamburg	— 2·4	+ 3·9
133	„ 19.	Wien	— 1·0	— 3·6
134	„ 20.	Hamburg	— 9·7	— 11·8
135	„ 20.	Königsberg	— 5·9	— 3·6
136	„ 20.	Wien	—12·5	— 6·6
137	„ 21.	Hamburg	— 6·1	— 30·1
138	„ 21.	Kremsmünster	—29·9	— 10·2
139	„ 21.	„	— 0·5	— 11·7
140	„ 22.	Berlin	+27·7	+ 7·5
141	„ 22.	Hamburg	+25·3	+ 9·8
142	„ 24.	Cambridge (Mass.)	—34·4	+ 23·4
143	„ 24.	Kremsmünster	— 0·7	— 0·2
144	April 22.	Berlin	+ 8·2	—106·4
145	„ 22.	„	+ 8·1	—111·5

Bemerkungen.

Nr. 1 bis 7. London, 6. bis 8. Februar. Die meisten dieser Beobachtungen sind von Hind als unsicher bezeichnet. Sie stimmen sehr wenig unter einander; ich habe sie daher ausgeschlossen.

„ 12. Markree, 10. Februar. Stimmt nicht mit den übrigen benachbarten Beobachtungen.

Nr. 16. London, 15. Februar. Die Position des Sternes zweifelhaft, daher weggelassen.
„ 17. Markree, 15. Februar. Stimmt nicht mit den übrigen Beobachtungen.
„ 21. Paris, 19. Februar. Diese und die folgenden Pariser Beobachtungen sind nach den von Mauvais in den *Comptes rendus 1847* mitgetheilten Verbesserungen angenommen.
„ 26 u. 38. Hamburg, 22. und 24. Februar. Nur Eine Vergleichung, daher ausgeschlossen, indem an denselben Tagen noch eine zweite Beobachtung an demselben Orte gemacht ist.
„ 41. Paris, 24. Februar. Von Mauvais als unsicher bezeichnet, daher ausgeschlossen.
„ 45. Berlin, 27. Februar. Die Declination um 1 Minute zu gross.
„ 85. Cambridge, 11. März. Die Rectascension um 1 Zeitminute zu gross.
„ 92. Wien, 12. März. Die Declination weicht von den übrigen Beobachtungen bedeutend ab, daher ausgeschlossen.
„ 104. Padua, 15. März. Die Declination aus demselben Grunde weggelassen.
„ 110. Königsberg, 16. März. „ „ „ „ „
„ 114. Padua, 16. März. Die Declination um 1 Minute zu gross.
„ 121. Padua, 17. März. Weicht sowohl in Rectascension als in Declination zu bedeutend ab, daher ausgeschlossen.
„ 140. Berlin, 22. März. Bei nur 5 Graden Höhe gemacht.
„ 144. Berlin, 22. April. Von Dr. Galle als minder sicher angegeben. Wegen der Wichtigkeit dieser letzten April-Beobachtungen und der sonst guten Übereinstimmung mit der Beobachtung am 24. April habe ich die vom 22. April nicht gänzlich ausgeschlossen, ihr jedoch nur das Gewicht $\frac{1}{4}$ beigelegt.

Die Königsberger Beobachtungen sind nach Astron. Nachrichten Nr. 694 angenommen, die Wiener so wie sie in dem Jahrgange 1853 der Annalen der k. k. Sternwarte mitgetheilt sind.

Ich habe nun die Abweichungen in Rectascension und Declination in 7 Gruppen getheilt, wobei ich darauf bedacht war, in die erste Gruppe, wo die Beobachtungen wegen der Lichtschwäche des Kometen minder sicher sind, möglichst viele Beobachtungen aufzunehmen. Es ergab sich so im Mittel:

Beobachtungen.		Datum.	Beob.-Rechnung. $d\alpha \cos\delta$	$d\alpha$	$d\delta$
I.	Nr. 8 bis 29 . . .	Febr. 17·8	$+11^s38$	$+25^s68$	$+ 4''21$
II.	„ 30 „ 50 . . .	„ 25·5	+10·58	+19·30	+ 2·81
III.	„ 51 „ 68 . . .	März 3·8	+11·02	+17·39	+ 7·98
IV.	„ 69 „ 92 . . .	„ 10·0	+ 4·89	+ 6·75	+ 2·85
V.	„ 93 „ 115 . . .	„ 15·5	— 0·39	— 0·48	+ 0·54
VI.	„ 116 „ 143 . . .	„ 19·6	— 3·50	— 3·97	— 2·84
VII.	„ 144 „ 145 . . .	April 24·0	+ 8·12	+ 9·57	—110·48

Die $d\alpha$ und $d\delta$ für März 15·5 und 19·6 habe ich auf März 16·0 und 20·0 reducirt, da hier eine rasche Änderung dieser Fehler sichtbar ist, die anderen habe ich für Februar 18·0, 26·0, März 4·0, 10·0, und April 24·0 geltend angenommen. Für alle diese Tage wurde nun aus der Ephemeride die Rectascension und Declination genommen, daran die $d\alpha$ und $d\delta$ gefügt, und die Resultate in Länge und Breite verwandelt, wodurch sich folgende sieben Normalorte ergaben, wo die Längen auf das mittlere Äquinoctium von 1847·0 bezogen sind:

Normal-Ort.	Datum.	Länge.	Breite.
I.	Febr. 18	26° 21′ 16″43	+ 62° 44′ 5″18
II.	„ 26	22 49 8·25	54 29 31·07
III.	März 4	20 59 23·75	47 35 53·42
IV.	„ 10	19 20 22·28	39 53 7·72
V.	„ 16	17 27 10·54	30 58 26·60
VI.	„ 20	15 47 38·06	24 1 38·24
VII.	April 24	44 18 54·19	+ 16 35 5·41

Zuerst habe ich durch den ersten und letzten Normalort eine Parabel gelegt, wobei das Verhältniss der curtirten Distanzen $\frac{\delta''}{\delta} = m$ so angenommen wurde, wie es aus den oben angeführten Elementen folgt. Ich fand auf diese Weise nachstehendes neue Elementensystem:

Elemente I.

Perihelzeit: 1847, März 30·32272 mittlere Berliner Zeit.

Länge des Perihels	276° 2′ 8″46	mittleres Äquin.
Länge des Knotens	21 43 23·20	1847·0.
Neigung	48 39 42·88	
Logar. der Periheldistanz	8·6287760	
Helioc. Bewegung	direct.	

wodurch die sieben Normalorte dargestellt werden, wie folgt:

Normal-Ort.	Beob.-Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	+ 0″08	+ 0″02
II.	+ 1;40	— 10·54
III.	+ 9·29	— 15·15
IV.	+ 0·08	— 25·14
V.	— 5·81	— 35·67
VI.	—10·09	— 45·02
VII.	— 0·02	+ 0·02

Es wurde nun der log. m um 1000 Einheiten der 7. Decimale vergrössert, und mit diesem neuen Verhältnisse der curtirten

Distanzen eine zweite Parabel durch die äussersten Normalorte gelegt, nämlich:

Elemente II.

Perihelzeit: 1847, März 30·31806 mittl. Berliner Zeit.		
Länge des Perihels	276° 2′ 1″65	mittleres Äquin. 1847·0.
Länge des aufsteigenden Knotens	21 43 5·17	
Neigung	48 39 28·07	
Logar. der Periheldistanz	8·6289132	
Helioc. Bewegung	direct.	

welche für die Normalorte folgende Abweichungen von den Beobachtungen übrig lassen:

Normal-Orte.	Beob.-Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	— 0″02	0″00
II.	+ 8·73	— 4·43
III.	+ 20·97	— 3·16
IV.	+ 16·23	— 6·07
V.	+ 15·60	— 7·71
VI.	— 15·76	— 9·67
VII.	+ 0·02	+ 0·05

Der blosse Anblick beider Systeme von übrig bleibenden Fehlern zeigt, dass es unmöglich ist, den Beobachtungen durch eine Parabel zu genügen. Denn sucht man, was wohl das Zweckmässigste wäre, diejenige Parabel, welche für die Normalorte die Summe der Quadrate der Distanzen der beobachteten und berechneten Orte des Kometen auf ein Minimum bringt, so bleiben die $d\lambda$ und $d\beta$ noch so bedeutend, dass sie bei weitem nicht mehr als Beobachtungsfehler angesehen werden können. Es ist nämlich für diese wahrscheinlichste Parabel:

Normal-Orte.	Beob.-Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	0″0	0″0
II.	+ 8·5	— 4·7
III.	+ 20·5	— 3·6
IV.	+ 15·7	— 6·8
V.	+ 14·8	— 8·8
VI.	+ 14·8	—11·0
VII.	0·0	0·0

Ich habe desshalb die Hypothese der Parabel verlassen, und denjenigen Kegelschnitt gesucht, der die Beobachtungen am besten

darstellt. Um aber die bisher erhaltenen Resultate zur weiteren Rechnung benützen zu können, und dieser letzteren eine möglichst geringe Ausdehnung zu geben, wurde folgender Weg eingeschlagen. So wie man bei einer parabolischen Bahn die bekannten Gleichungen für die Quadrate der äussersten Radienvectoren r und r'' und für das Quadrat der Sehne ρ zwischen ihnen mit der Gleichung

$$6kt = (r + r'' + \rho)^{\frac{3}{2}} \mp (r + r'' - \rho)^{\frac{3}{2}}$$

verbindet, so wurden dieselben Gleichungen für r^2 r''^2 und ρ^2 mit der für die Ellipse und Hyperbel geltenden Gleichung

$$\begin{aligned} 6kt = {} & (r + r'' + \rho)^{\frac{3}{2}} \mp (r + r'' - \rho)^{\frac{3}{2}} \\ & + \frac{3}{40} \cdot \frac{1}{a} \left\{ (r + r'' + \rho)^{\frac{5}{2}} \mp (r + r'' - \rho)^{\frac{5}{2}} \right\} \\ & + \frac{9}{896} \cdot \frac{1}{a^2} \left\{ (r + r'' + \rho)^{\frac{7}{2}} \mp (r + r'' - \rho)^{\frac{7}{2}} \right\} \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

in Verbindung gebracht, wo die Glieder mit $\frac{1}{a^2}$ $\frac{1}{a^3}$ . . . . für sehr grosse Werthe von a als unbedeutend angesehen werden können. Sobald das Verhältniss m der curtirten Distanzen gegeben, und bezüglich der halben grossen Axe a irgend eine Hypothese gemacht ist, so geben diese vier Gleichungen die Werthe von r, r'' und ρ für diejenige Ellipse oder Hyperbel an, welche die äussersten Orte des Kometen genau darstellt, zugleich der gegebenen Zwischenzeit t genügt, und welcher die angenommenen Werthe von m und a angehören. Dann erhält man die heliocentrischen Längen und Breiten für die äussersten Orte, so wie die Neigung der Bahn, die Länge des Knotens und die Argumente der Breite aus denselben Formeln, wie in der Parabel. Um nun zu den Gleichungen für q und die wahre Anomalie v des ersten Ortes zu gelangen, bemerke man, dass sich die bekannte Formel

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}$$

auf folgende zwei Formen bringen lässt:

$$r = \frac{q\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)}{\cos\frac{v^2}{2} - \frac{\delta}{2}\cos v} \qquad (1)$$

und

$$r = \frac{q(2 - \delta)}{1 + (1 - \delta)\cos v} \qquad (2)$$

wo

$$\delta = 1 - e = \frac{q}{a}$$

ist. Aus der Gleichung (1) findet man leicht

$$\frac{\cos\frac{v}{2}^2}{q} = \frac{1}{r}\left(1-\frac{\delta}{2}\right) + \frac{\delta\cos v}{2q},$$

und wenn man im letzten Gliede dieser Gleichung $\cos v$ mit Hülfe der Gleichung (2) eliminirt, so wird

$$\frac{\cos\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \left\{\frac{1}{r}\left(1-\frac{\delta}{2}\right) + \frac{\delta\left(\frac{1-\frac{\delta}{2}}{r} - \frac{1}{2q}\right)}{1-\delta}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

oder nach gehöriger Reduction

$$\frac{\cos\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{1}{\sqrt{r}}\cdot\left\{1 - \frac{1}{2}\,\frac{\frac{r}{q}-1}{\frac{a}{q}-1}\right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Setzt man also

$$\left\{1 - \frac{1}{2}\,\frac{\frac{r}{q}-1}{\frac{a}{q}-1}\right\}^{\frac{1}{2}} = \vartheta, \qquad (3)$$

und ebenso für den letzten Ort

$$\left\{1 - \frac{1}{2}\,\frac{\frac{r''}{q}-1}{\frac{a}{q}-1}\right\}^{\frac{1}{2}} = \vartheta'', \qquad (4)$$

so hat man

$$\frac{\cos\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{\vartheta}{\sqrt{r}}$$

und

$$\frac{\cos\frac{v''}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{\vartheta''}{\sqrt{r''}};$$

und aus diesen beiden Gleichungen auf die bekannte Weise:

$$\frac{\cos\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{\vartheta}{\sqrt{r}} \qquad (5)$$

$$\frac{\sin\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{\vartheta}{tg\,\frac{1}{2}(v''-v)\,.\,\sqrt{r}} - \frac{\vartheta''}{\sin\frac{1}{2}(v''-v)\,.\,\sqrt{r''}}.$$

Diese Gleichungen geben $\frac{v}{2}$ und q. Zwar ist die Unbekannte q auch in $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}''$ enthalten; allein in dem Falle, für welchen diese Methode überhaupt nur bestimmt ist, wo man es nämlich mit einer von der Parabel sehr wenig abweichenden Bahn zu thun hat, werden $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}''$ immer sehr nahe an der Einheit liegen. Hat man also, was man wohl immer voraussetzen kann, schon eine genäherte parabolische Bahn berechnet, so wird man aus dieser den Werth von q zur Berechnung von $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}''$ benützen; dann erhält man aus (5) genäherte Werthe von v und q für die Ellipse; mit diesem neuen Werthe von q wiederholt man die Berechnung von $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}''$ nach (3) und (4), und wenn sie zu bedeutend von den früher erhaltenen Werthen abweichen sollten, so wird man auch die Rechnung für v und q nach (5) wiederholen, u. s. w. In den meisten Fällen jedoch wird dies gar nicht nöthig sein. Bei dem vorliegenden Kometen wurde $a = 50$ vorausgesetzt, und ich erhielt mit dem Werthe von q aus der oben angeführten Parabel I:

$$\begin{aligned} log\ \mathfrak{S} &= 9{\cdot}9973579 \\ log\ \mathfrak{S}'' &= 9{\cdot}9981551 \end{aligned}$$

und dann mit dem aus (5) erhaltenen verbesserten q:

$$\begin{aligned} log\ \mathfrak{S} &= 9{\cdot}9973585 \\ log\ \mathfrak{S}'' &= 9{\cdot}9981557 \end{aligned}$$

also nur ganz unbedeutend von den vorigen Werthen verschieden.

Sind die wahren Anomalien und q gefunden, so erhält man die Perihel-Zeit nach irgend einer, für sehr nahe an der Parabel liegende Bahnen geltenden Methode.

Unter Voraussetzung desselben Verhältnisses m wie bei der Parabel I, und mit der Hypothese $a = 50$ fand ich nach der eben dargestellten Methode folgende elliptische Elemente des Kometen:

Elliptische Elemente III.

Perihelzeit: 1847, März 30·41045 mittl. Berliner Zeit.		
Länge des Perihels	276° 6′ 41″70	mittl. Äquin.
Länge des aufsteigenden Knotens .	21 34 53·81	1847·0.
Neigung	48 36 14·12	
Log. d. Periheldistanz	8·6310249	
Log. der halben gr. Axe	1·6989700	($a = 50$)
Excentricität	0·999144825	
Helioc. Bewegung	direct.	

und mit diesen Elementen die nachstehenden Abweichungen von den beobachteten Normalorten:

Normal-Orte.	Beob.—Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	+ 0ˢ·08	— 0ˢ·01
II.	— 159·58	— 31·89
III.	— 250·44	— 80·21
IV.	— 333·76	— 160·74
V.	— 410·99	— 276·94
VI.	— 465·08	— 386·53
VII.	— 0·04	+ 0·04

Die drei angeführten Elementensysteme I, II, III setzen uns nun in den Stand, die wahrscheinlichste, den Beobachtungen am besten genügende Bahn zu finden. Nennt man λ und β die nach den Elementen I berechnete Länge und Breite eines Normalortes, $d\lambda$ und $d\beta$ die Unterschiede dieser mit der beobachteten Länge und Breite, in dem Sinne „Beobachtung — Rechnung“ genommen, ferner μ und ν den Zuwachs von λ und β, wenn man den log. m um 1000 Einheiten der 7. Decimale vergrössert, also auf die Elemente II übergeht, endlich η und θ die Änderungen von λ und β, wenn man von der Parabel I auf die Ellipse III übergeht, oder was dasselbe ist, wenn $\frac{1}{a}$ von $\frac{1}{\infty} = 0$ bis $\frac{1}{50}$ wächst, so kann man annehmen, dass bei einer gleichzeitigen Änderung des log. m um 1000 . x Einheiten und des Bruches $\frac{1}{a}$ um $\frac{1}{50} \cdot y$ die Länge λ in $\lambda + \mu x + \eta y$, und ebenso die Breite β in $\beta + \nu x + \theta y$ übergehen wird. Daher die neuen Unterschiede „Beobachtung — Rechnung“ sein werden

$$d\lambda - \mu x - \eta y$$
$$d\beta - \nu x - \theta y;$$

folglich die Distanz des beobachteten und berechneten Ortes

$$= \sqrt{(d\lambda - \mu x - \eta y)^2 \cos \beta^2 + (d\beta - \nu x - \theta y)^2};$$

sonach die Summe der Quadrate dieser Distanzen für alle Normalorte

$$= (d\lambda - \mu x - \eta y)^2 \cos \beta^2 + (d\beta - \nu x - \theta y)^2$$
$$+ (d\lambda' - \mu' x - \eta' y)^2 \cos \beta'^2 + (d\beta' - \nu' x - \theta' y)^2$$
$$+ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$

Wählt man x und y so, dass diese Summe ein Minimum wird, so hat man folgende zwei Bedingungen zu erfüllen:

$$\left.\begin{aligned} \{S(\mu^2 \cos\beta^2) + S(\nu^2)\} \cdot x + \{S(\mu\eta \cos\beta^2) + S(\nu\vartheta)\} \cdot y \\ = S(\mu d\lambda \cos\beta^2) + S(\nu d\beta) \\ \{S(\mu\eta \cos\beta^2 + S(\nu\vartheta)\} \cdot x + \{S(\eta^2 \cos\beta^2) + S(\vartheta^2)\} \cdot y \\ = S(\eta d\lambda \cos\beta^2) + S(\vartheta d\beta) \end{aligned}\right\} (6)$$

wo

$$\begin{aligned} S(\mu^2 \cos\beta^2) &= \mu^2 \cos\beta^2 + \mu'^2 \cos\beta'^2 + \ldots \\ S(\nu^2) &= \nu^2 + \nu'^2 + \ldots \\ &\ldots \end{aligned}$$

gesetzt wurde. Für den vorliegenden Kometen hat man nach den oben gegebenen Vergleichungen mit den Normalorten:

Normal-Ort.	μ	ν	η	ϑ
II.	-7^s33	-6^s11	$+160^s98$	$+21^s35$
III.	$-11{\cdot}68$	$-11{\cdot}99$	$+259{\cdot}73$	$+65{\cdot}06$
IV.	$-16{\cdot}15$	$-19{\cdot}07$	$+333{\cdot}84$	$+135{\cdot}60$
V.	$-21{\cdot}41$	$-27{\cdot}96$	$+405{\cdot}18$	$+241{\cdot}27$
VI.	$-25{\cdot}85$	$-35{\cdot}35$	$+454{\cdot}99$	$+341{\cdot}51$

und mit diesen Werthen geben die Gleichungen (6)

$$x = +2{\cdot}1624$$
$$y = +0{\cdot}1022.$$

Sucht man nun aus den drei Systemen von Elementen I, II und III durch Interpolation dasjenige, welches diesen Werthen von x und y entspricht, so findet sich als

Wahrscheinlichste Ellipse:

Zeit des Perihels: 1847, März 30·32157 mittlere Berliner Zeit.		
Länge des Perihels	$276^0\ 2'\ 21^s7$	mittleres Äquin.
Länge des aufsteigenden Knotens .	$21\ 41\ 52{\cdot}2$	1847·0.
Neigung	$48\ 38\ 49{\cdot}7$	
Logar. der Perihelsdistanz	$8{\cdot}6293024$	
Log. der halben gr. Axe	$2{\cdot}6894341$	(a=489·141)
Excentricität	$0{\cdot}99991293$	(φ=89° 14′ 38″1)
Heliocentrische Bewegung	direct	
Umlaufszeit	10818 Jahre.	

Die übrigbleibenden Fehler in den Normalorten sind:

	$d\lambda \cos\beta$	$d\beta$
I.	0^s0	0^s0
II.	$+\ 0{\cdot}5$	$+\ 0{\cdot}5$
III.	$+\ 5{\cdot}4$	$+\ 4{\cdot}1$
IV.	$+\ 0{\cdot}7$	$+\ 2{\cdot}2$
V.	$-\ 0{\cdot}8$	$+\ 0{\cdot}1$
VI.	$-\ 0{\cdot}6$	$-\ 3{\cdot}5$
VII.	$0{\cdot}0$	$0{\cdot}0$

Es liegt wohl in der Natur der Sache, dass der Werth der halben grossen Axe und der daraus folgenden Umlaufszeit, so wie die Excentricität nur sehr genähert sein können, indem diese Grössen aus den immerhin nur geringen Abweichungen der Normalorte von der wahrscheinlichsten Parabel ermittelt werden mussten. Andererseits ist aber die Discordanz mit der parabolischen Bewegung doch so entschieden, dass es nothwendig war, zur Ellipse überzugehen, um den Beobachtungen zu genügen. Um zu sehen, innerhalb welcher Grenzen die grosse Axe und die Umlaufszeit angenommen werden dürfen, ohne den Beobachtungen zu widersprechen, und wo die Grenzen sind, jenseits welcher diese Grössen nicht mehr liegen können, habe ich die erste von den Gleichungen (6) allein genommen, und aus ihr den Werth von x gesucht; dieser Werth, nämlich

$$x = + 0{\cdot}9636 + 11{\cdot}7275 . y$$

in den Ausdrücken

$$(d\lambda - \mu x - \eta y) \cos \beta$$

und

$$d\beta - \nu x - \theta y$$

substituirt, gibt, wenn $d\lambda$ und $d\beta$, wie immer, nach Parabel I verstanden worden, die übrigbleibenden Fehler in einer Ellipse mit beliebiger (nur jedenfalls sehr grosser) Halbaxe, und in welcher x schon so gewählt ist, dass die Summe der Quadrate der Distanzen von Beobachtung und Rechnung ein Minimum wird. Der Werth der Halbaxe ist $= \frac{50}{y}$. Durch die angezeigte Substitution fand sich für eine Ellipse mit der halben grossen Axe $= \frac{50}{y}$

	$d\lambda \cos \beta$	$d\beta$
I.	$0''0 - 0''0\, y$	$0{\cdot}0 + 0{\cdot}0\, y$
II.	$+ 4{\cdot}9 - 43{\cdot}6\, y$	$- 4{\cdot}7 + 50{\cdot}3\, y$
III.	$+13{\cdot}9 - 82{\cdot}8\, y$	$- 3{\cdot}6 + 75{\cdot}7\, y$
IV.	$+12{\cdot}0 - 110{\cdot}8\, y$	$- 6{\cdot}8 + 88{\cdot}0\, y$
V.	$+12\ 7 - 132{\cdot}1\, y$	$- 8{\cdot}8 + 86{\cdot}6\, y$
VI.	$+15{\cdot}3 - 138{\cdot}7\, y$	$-11{\cdot}0 + 73{\cdot}1\, y$
VII.	$0{\cdot}0 - 0{\cdot}0\, y$	$0{\cdot}9 + 0{\cdot}0\, y$

und mit diesen Werthen erhält man leicht die nachfolgende Übersicht:

Halbe gr. Axe=	200	300	400	489·141	500	600	700	800
Umlaufszeit in Jahren . . =	2829	5196	8000	10818	11180	14697	18520	22628
	$d\lambda \cdot \cos\beta$.							
Normal-Ort I.	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0
„ II.	— 6·0	—2·4	—0·5	+ 0·5	+ 0·5	+ 1·3	+ 1·8	+ 2·2
„ III.	— 6·9	+0·1	+3·5	+ 5·4	+ 5·6	+ 7·0	+ 7·9	+ 8·7
„ IV.	—15·7	—6·5	—1·8	— 0·7	+ 0·9	+ 2·8	+ 4·1	+ 5·1
„ V.	—20·3	—9·3	—3·8	— 0·8	— 0·5	+ 1·7	+ 3·3	+ 4·5
„ VI.	—21·2	—9·6	—3·8	— 0·6	— 0·3	+ 2·0	+ 3·6	+ 4·9
„ VII.	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
Summe d. Fehlerquadrate .	1192	227	45	31	33	65	106	151

Halbe gr. Axe=	200	300	400	489·141	500	600	700	800
Umlaufszeit in Jahren . . =	2829	5196	8000	10818	11180	14697	18520	22628
	$d\beta$.							
Normal-Ort I.	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0
„ II.	+ 7·9	+3·7	+1·6	+ 0·5	+ 0·4	— 0·5	— 1·1	— 1·5
„ III.	+15·3	+9·0	+5·9	+ 4·1	+ 4·0	+ 2·7	+ 1·8	+ 1·2
„ IV.	+15·2	+7·9	+4·2	+ 2·2	+ 2·0	+ 0·6	— 0·5	— 1·3
„ V.	+12·9	+5·7	+2·1	+ 0·1	— 0·1	— 1·5	— 2·6	— 3·3
„ VI.	+ 7·3	+1·2	—1·8	— 3·5	— 3·6	— 4·9	— 5·7	— 6.4
„ VII.	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
Summe d. Fehlerquadrate .	747	191	63	34	33	44	44	57

Man sieht aus dieser Zusammenstellung einerseits, dass es ganz unmöglich ist, die halbe grosse Axe mit einiger Sicherheit zu bestimmen, indem zum Beispiele die Ellipse mit der halben grosse Axe 500 noch fast eben so den Beobachtungen genügt, als die wahrscheinlichste Ellipse mit der Halbaxe 489. Von der anderen Seite zeigt sich aber ganz deutlich, dass man mit dieser Halbaxe nicht leicht unter 400 oder 580, also mit der Umlaufszeit nicht unter 8000 oder über 14·000 Jahre gehen darf, ohne die übrigbleibenden Fehler oder die Summen der Fehlerquadrate so excessiv gross zu machen, dass es unverdientes Misstrauen in die Beobachtungen wäre, derlei Abweichungen noch zuzulassen.